Los arcos del Pórtico (II)

En la vida ordinaria, las matemáticas no representan sino un recurso más que favorece una mejor comprensión de la realidad en sus tan variadas facetas. Además, producto de esa mejora en el conocimiento del medio, facilitan que nos desenvolvamos en el mismo con mayor soltura y, en ocasiones, tomemos decisiones adecuadas cuando tenemos que resolver una situación más o menos compleja.

Matemáticas

Fundación Barrié

Autor: Luis Puig Mosquera

Los arcos del Pórtico (II)

El mundo del arte, por extraño que pudiera resultar, no es en absoluto ajeno a las matemáticas. Desde las primeras civilizaciones, los creadores de obras de arte han tenido muy presente las matemáticas en la concepción de las mismas. Seguramente el ejemplo más socorrido, pero no por ello menos interesante a la hora de destacar este aspecto, es el de la proporción áurea. Al respecto, basta decir que al teclear "golden ratio" en Google aparecen aproximadamente 5740000 resultados (30/10/2012). Escultores, arquitectos, pintores y otros artistas, especialmente griegos y renacentistas, recurrieron al número de oro. Pero no solamente aquéllos, que nos parecerán lejanos. Así, mucho más cercano a nosotros, tenemos el caso de Salvador Dalí (1904-1989), quien recurre también a la proporción áurea en sus creaciones pictóricas.

Si nos centramos en el caso del Pórtico de la Gloria, a pesar de que se levanta en el último tercio del siglo XII, años de sequía en lo que se refiere a la difusión matemática y no digamos en cuanto a su producción, representa un modelo en el que la geometría está muy presente. El maestro Mateo, unas veces de forma consciente, otras, tal vez no tanto, utiliza repetidamente la geometría en la búsqueda de la armonía, la simetría y, en definitiva, la perfección del Pórtico. Pensemos que, por ejemplo, el hecho de una simple descripción de la estructura del Pórtico resultaría poco menos que imposible sin recurrir al uso de la geometría y, muy particularmente, de algunos términos geométricos, precisamente los que definen algunos de sus elementos más caracterizados. Así pues, la matemática se suma al resto de saberes no ya para entender, sino hasta para exponer de forma más precisa una realidad como el Pórtico.

ENLACES

Las siguientes direcciones son algunas de las muchas que ponen en conexión el mundo del arte y las matemáticas.

Sobre la proporción áurea, teselaciones del plano y fractales:

http://www.slideshare.net/guest1ed359/la-matematica-y-el-arte-presentation-703646

Las matemáticas del arte. Inspiración ma(r)temática, libro digital de Vicente Meavilla (2007), un especialista en el tema:

http://www.editorialalmuzara.com/img/0_t15_1181809755.pdf

Página de la Junta de Andalucía con incursiones matemáticas por los mundos de la arquitectura, pintura, música, cine literatura:

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/html/adjuntos/2008/02/06/0001/index.html

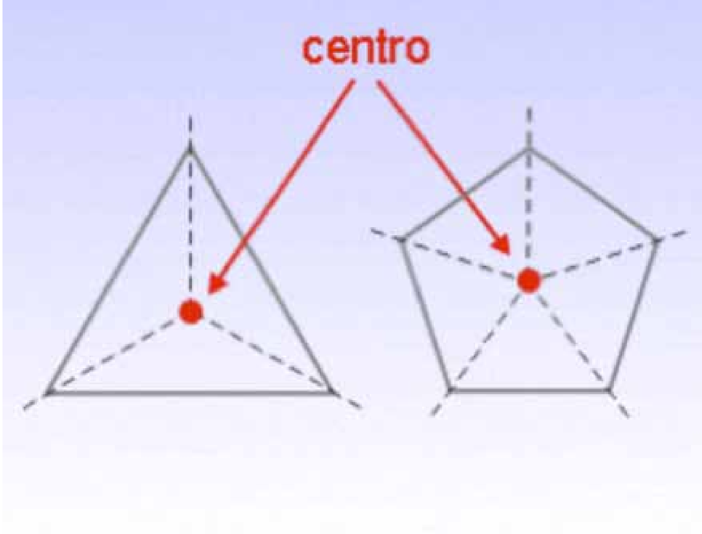
Sobre la simetría de rotación y los movimientos en el plano, incluyendo animaciones:

http://www.acorral.es/index1.htm

En el apartado dedicado a las simetrías del Pórtico se trataban exclusivamente las simetrías bilaterales. Sin embargo, en la naturaleza o en el arte y, en general, en las estructuras geométricas, es frecuente la presencia de otro tipo de simetría: la simetría radial o rotacional.

Una figura plana tiene simetría rotacional si al hacerla girar determinado ángulo α ($0° < \alpha < 360°$) alrededor de un cierto punto –centro de giro–, coincide exactamente con la original.

En el caso de una simetría radial, si α es el menor ángulo que cumple la condición anterior, llamamos orden de rotación (n) de la figura al número de veces que hay que girarla sucesivamente un ángulo α hasta completar una vuelta completa ($n = 360°/\alpha$). Dicho de otro modo, el número de figuras idénticas que conforman todo el conjunto.

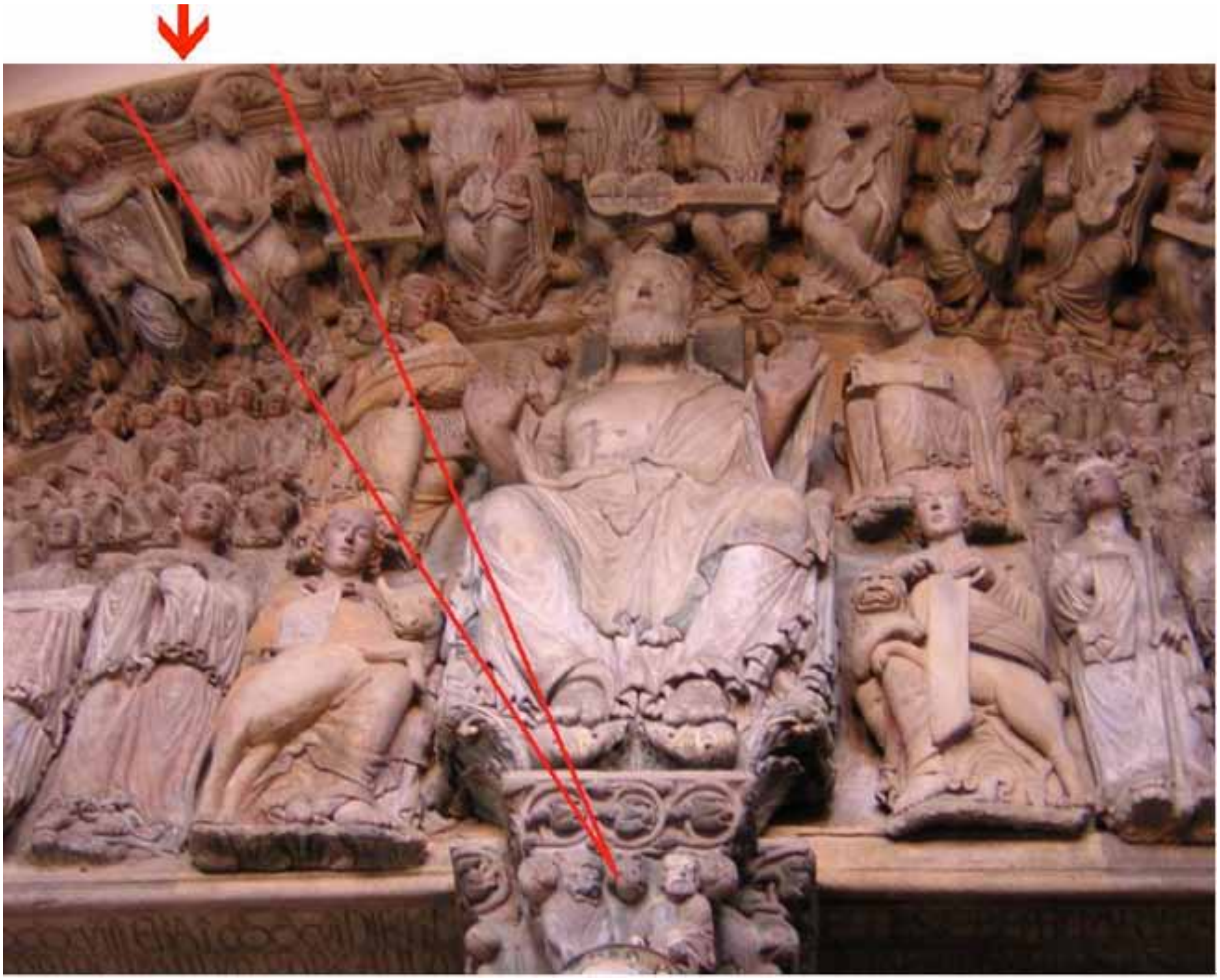


El triángulo equilátero y el pentágono regular representan sendos casos de simetría radial. Los órdenes de rotación de cada una de ellas son 3 y 5, respectivamente.

Tres rosetones: uno grande, central, y dos laterales, iguales y de menor tamaño. Ocupan la parte superior de la pared del Pórtico. El orden del mayor es 18 y el de los laterales, 4.

En el mundo del arte, los elementos más caracterizados dotados de simetría radial son los rosetones. En el caso del Pórtico, si lo examinamos en lo más alto –mejor desde su parte posterior, para conseguir una visión con mayor perspectiva–, aparecen sendos rosetones laterales iguales escoltando a otro central de mayor tamaño que lo corona. Los rosetones laterales tienen orden 4. El central, con dos niveles: la corona circular exterior con orden 36 y la más interior, con orden 18. Por tanto, en conjunto, el orden del rosetón mayor será 18, por ser el máximo común divisor de 18 y 36.

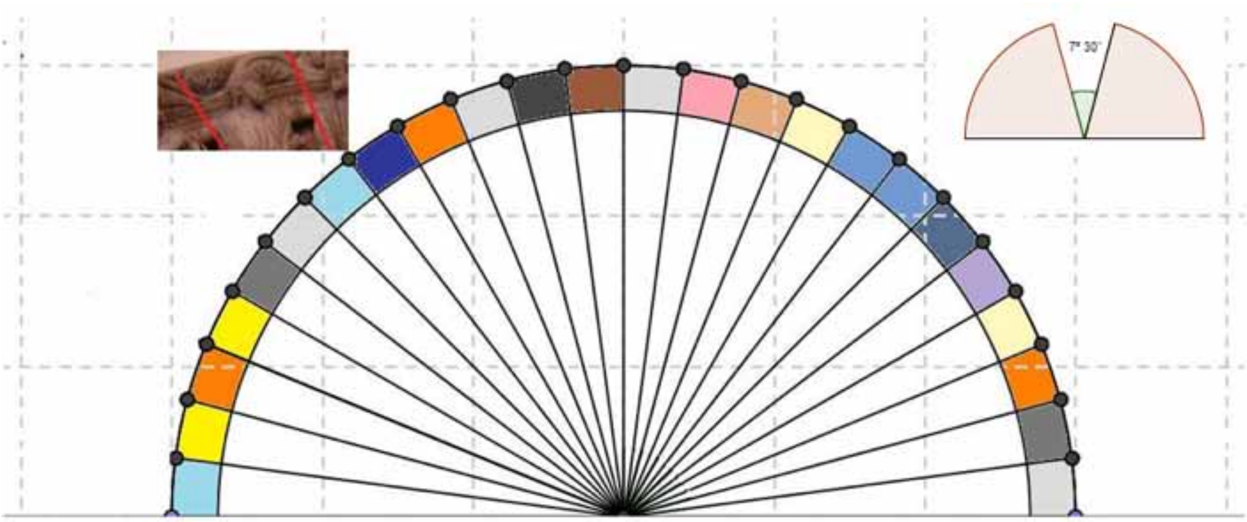
Si los rosetones representan el ejemplo más socorrido de la simetría radial, en cambio, los arcos del Pórtico, como no completan una circunferencia al ser arcos de medio punto, no pueden presentar dicho tipo de simetría. Pero no por ello dejan de presentar motivos ornamentales repetidos por sucesivos giros a lo largo de las semicircunferencias que los conforman. Así, puede apreciarse este hecho, por ejemplo, en la arquivolta superior del arco central.



La arquivolta superior va repitiendo un mismo motivo –señalado con la flecha– a lo largo de la misma, el correspondiente al sector circular marcado sobre la imagen. El repetido motivo queda parcialmente oculto por las cabezas de los músicos.

La idea se basa en que un sector circular de la arquivolta con amplitud fija (β) contiene un determinado elemento, el elegido por el artista. Al ir girando sucesivamente dicho motivo sobre la arquivolta un ángulo β, el motivo vuelve a repetirse una y otra vez hasta completar la semicorona circular que constituye toda la arquivolta.

En el Pórtico, puesto que la repetición se produce cada vez que aparece un nuevo músico, el motivo se reproducirá tantas veces como el número de músicos, es decir, veinticuatro (24). Por tanto, podemos considerar toda la amplitud de la semicircunferencia (180º) dividida en 24 partes iguales y, puesto que 180º: 24 = 7º 30', ésta será la medida de la amplitud del sector que abarca cada una de las apariciones del repetido motivo sobre la arquivolta: β = 7º 30'.

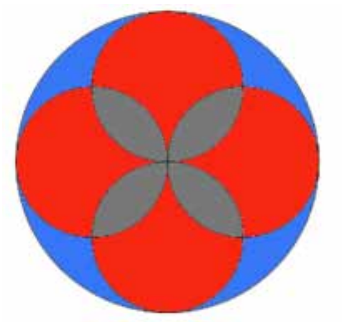


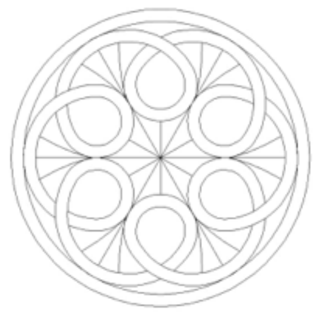
Arriba, a la izquierda, tras la cabeza del músico, puede apreciarse el objeto decorativo de la arquivolta, que va repitiéndose a lo largo de la semicorona circular que la describe. Dividida ésta en 24 sectores de igual amplitud: 7º 30´, representados por diferentes colores, cada división coloreada representa un nuevo lugar que acoge el objeto mencionado. Todo su conjunto constituye un friso semicircular.

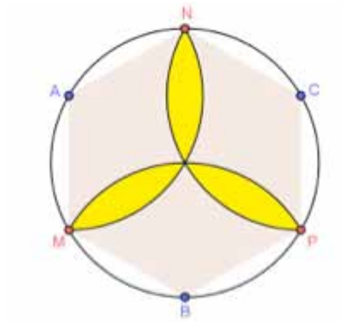
Actividades

1. La naturaleza es un ámbito con numerosos casos de simetría radial. Los dos que se presentan a continuación: la flor de azahar y la estrella de mar, son sendos casos de simetría radial en los que coincide el orden de las mismas. ¿Cuál es éste? ¿Cuál es el menor ángulo α que habrá que girar cada una de ellas para que vuelvan a coincidir consigo mismas?

2. De los siguientes rosetones que se presentan a continuación, deberá indicarse su respectivo orden así como el menor ángulo (α) que habrá que girarlos para que vuelvan a estar en la posición inicial.







3. Con los frisos lineales que se muestran en la figura deberás identificar el tipo de cada uno de ellos y reproducirlos en GeoGebra.

Para clasificarlos, entre otras muchas posibilidades, puedes encontrar los siete tipos diferentes de frisos y sus respectivas características en:

http://ntic.educacion.es/w3//eos/MaterialesEducativos/mem2003/movimientos/