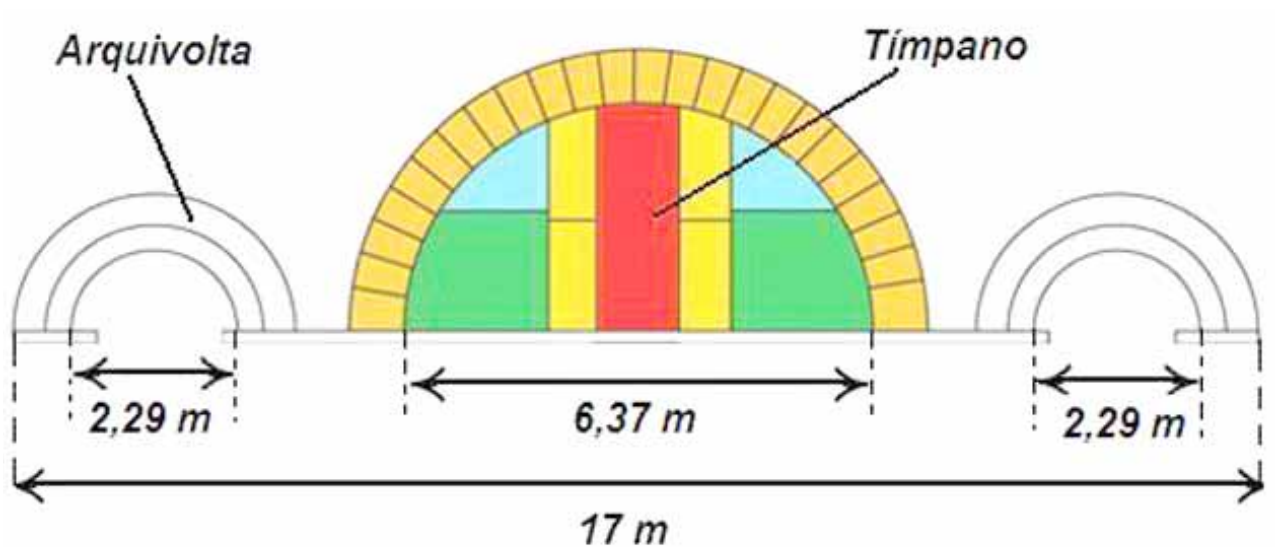


Los arcos del Pórtico (I)

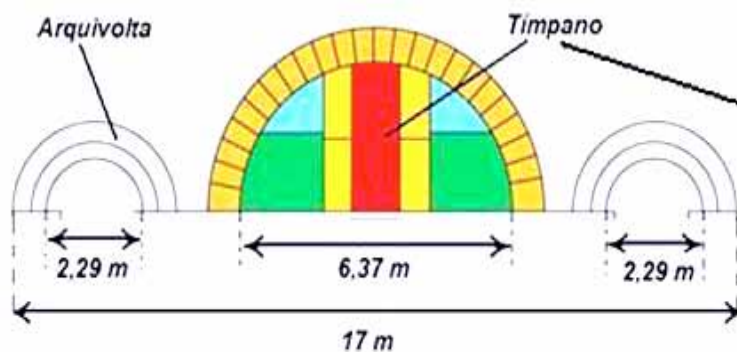
En la estructura del Pórtico las líneas que predominan de manera abrumadora, por no decir única, son las rectas y las circunferencias, o semicircunferencias si quisiéramos ser más precisos.



Matemáticas

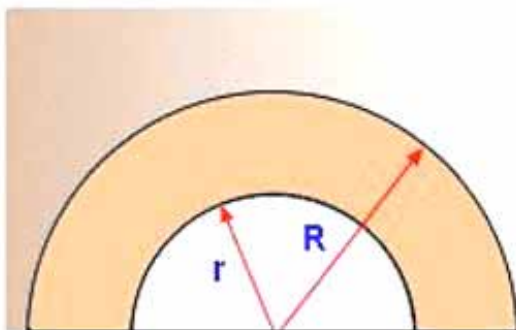
Los arcos del Pórtico (I)

El estilo del Pórtico, realizado entre los años 1168 y 1188, se encuadra en la última etapa del arte románico. Una de las características del románico es el llamado *arco de medio punto* que, geoméricamente, es una semicorona circular. El Pórtico está constituido por tres arcos de medio punto, bajo los que se accede a cada una de las tres naves principales de la catedral. El arco central, notablemente mayor que los laterales, es el único que consta de *tímpano*. El tímpano representa la superficie del semicírculo correspondiente a la semicircunferencia inferior del arco. En los dos arcos que dan acceso a las naves laterales, razón por la que son más pequeños, las superficies de sus respectivos semicírculos están “vacías”, es decir, carecen de tímpano.



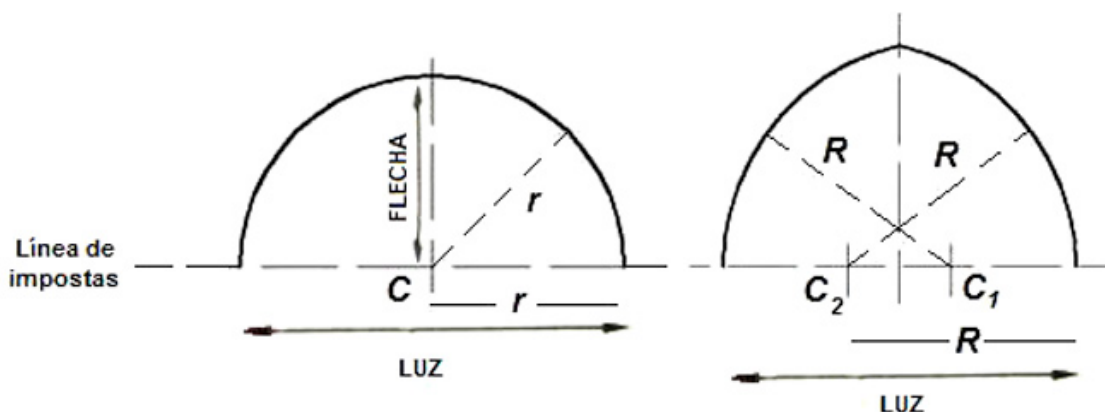
Los tres arcos del pórtico, arcos de medio punto, dan acceso a cada una de las tres naves de anchos respectivos 5, 10 y 5 metros. En consecuencia, el arco central, dotado de tímpano y reproducido a la derecha, es notablemente mayor que los dos laterales.

De igual modo que la “superficie rellena” del semicírculo correspondiente al arco de medio punto se denomina tímpano, en la representación plana del alzado las semicoronas circulares son las *arquivoltas* en el lenguaje del arte.



En alzado, una arquivolta es una semicorona circular, superficie comprendida entre dos semicircunferencias concéntricas.

La forma de los arcos es uno de los signos de identidad de los diferentes estilos arquitectónicos. Ya queda dicho que, en el caso del románico, el *arco de medio punto* es uno de sus distintivos y, geoméricamente, se reduce a una simple semicorona cuyo radio interior (r) es la mitad de la *luz* del arco. En cambio, en el caso del arte gótico –que ya comienza a extenderse en los años en que se levanta el Pórtico–, el arco característico es el *ojival*, también llamado apuntado. Geométricamente, un arco *apuntado* está constituido por dos arcos de circunferencia con centros en C_1 y C_2 de forma que sus respectivos radios (R), iguales entre sí, tienen mayor longitud que la mitad de la luz.



El *arco de medio punto* (izquierda), característico del románico, se reduce a una semicircunferencia con centro C sobre la *línea de impostas* (molduras sobre la que se asienta el arco). La flecha del arco es igual al radio (r) y, a su vez, la mitad de la *luz*. En el *arco ojival*, los dos arcos de curva son segmentos de circunferencia con centros en C_1 y C_2 de forma que los radios (R), iguales entre sí, son mayores que la mitad de la luz del arco. Es característico del arte gótico, aunque ya comenzó a emplearse en el período transición del románico a aquél.

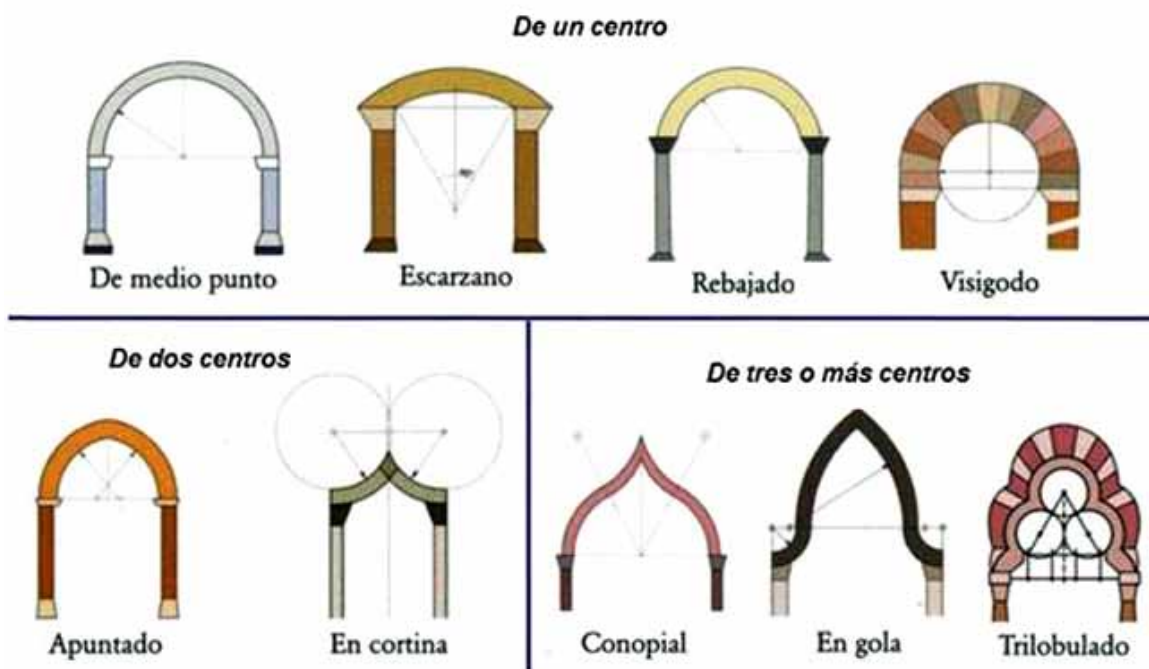
Suponiendo que dos arcos cualesquiera, con la misma luz, sean ambos contruidos a partir de la línea de impostas, resulta que el arco de medio punto es el que abarca una mayor superficie a igual perímetro. Por ello, dejaría pasar mayor cantidad de luz éste frente al ojival si ambos, con el mismo perímetro, estuvieran abiertos al exterior del edificio. Este hecho, conocido por los antiguos griegos como el *problema isoperimétrico* (igual perímetro), constituyó una de las intrigas matemáticas más destacadas de la historia de las matemáticas hasta el momento de conseguirse su demostración, ya durante el siglo XVIII, mucho después de la construcción del Pórtico.

Los griegos habían obtenido ya una primera aproximación a la solución del problema isoperimétrico. Así, habían conseguido probar que entre todos los polígonos regulares de igual perímetro, el que tiene mayor número de lados es el que abarca mayor superficie. Si pensamos en una circunferencia como un *polígono regular de infinitos lados*, resulta que la circunferencia es el polígono que abarca mayor superficie con el mismo perímetro.



Hemos centrado la atención en los dos tipos de arcos anteriores pues pertenecen al período en que fue construido el Pórtico, aunque sólo aparezcan en él los de medio punto al ser una obra propia del románico, si bien tardío. Pero en el mundo del arte existen una multitud de arcos, formados o no con arcos circulares como los anteriores, puesto que éstos podrían ser parabólicos, pongamos por caso. Pero aquí solamente nos fijaremos en aquellos constituidos por arcos de circunferencia, clasificándolos según el número de centros que hay que utilizar para su trazado. Así, el de medio punto es de un solo centro, mientras que el ojival tiene dos centros. Pero hay otros muchos, de los que en la figura solo aparece una muestra muy reducida y en la que se indica la correspondiente forma de trazado en todos los casos.

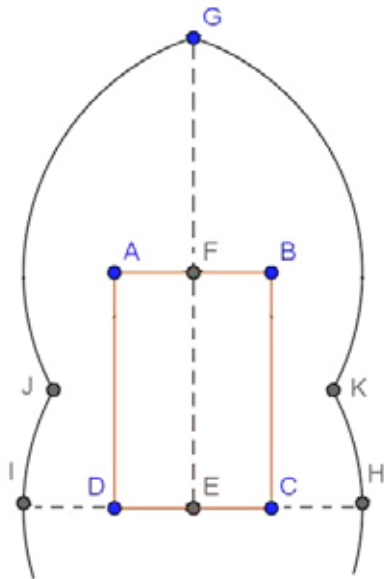
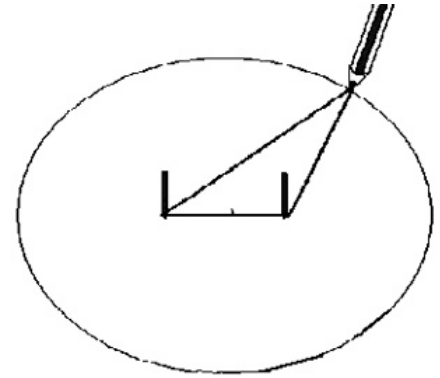
—
4



Pequeña muestra de distintos tipos de arco clasificados según el número de centros.

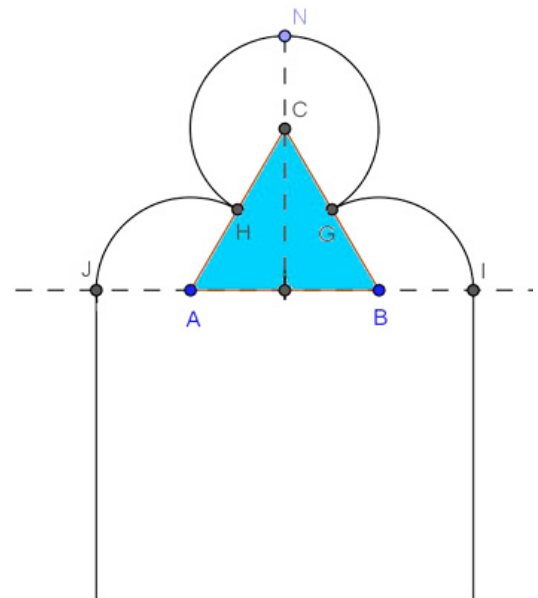
Actividades

1. Calcula las superficies del triángulo equilátero, del cuadrado y del hexágono regular si en los tres casos el perímetro es 30 cm. Calcula igualmente la superficie limitada por la circunferencia cuya longitud sea también de 30 cm. ¿Qué puedes conjeturar con la medida de las áreas de todos ellos?
2. ¿Por qué el triángulo isósceles es el de mayor superficie entre todos los triángulos que tengan igual base y perímetro? Ayúdate para justificarlo por medio de la figura, que representa el trazado de una elipse por el método del jardinero. Este procedimiento se basa en la propiedad característica de la elipse: la suma de distancias de cualquiera de sus puntos a sus focos es constante. ¿Qué tienen en común todos los posibles triángulos formados al mover el lápiz manteniendo tensa la cuerda? ¿Cuál es el que tiene mayor superficie?
3. Haciendo uso de las medidas reales que se facilitan, determina la escala a la que está realizado el dibujo de la estructura del Pórtico en páginas anteriores. Una vez determinada la escala, averigua cuál es el radio de la semicircunferencia exterior que limita el arco central.
4. Aproxima el valor de la superficie que ocupa el tímpano del arco central del Pórtico.
5. Con arreglo a las instrucciones que se facilitan en cada caso, mediante el programa *GeoGebra* –puede descargarse libremente en <http://www.geogebra.org/cms/es> –, realiza la construcción de los arcos *árabe apuntado* y *angrelado*.



ARCO ÁRABE APUNTADO

- Construcción con *GeoGebra*
 - 1) Se traza el rectángulo ABCD en la posición de la figura.
 - 2) Con radio igual a la longitud del segmento AE, con centros en A, B, C y D, se trazan los arcos GK, GJ, JI y KH, respectivamente.



ARCO ANGRELADO

- Construcción con *GeoGebra*
 - 1) Se dibuja un triángulo equilátero ABC.
 - 2) Desde sus tres vértices, se trazan los tres arcos con radio igual a la mitad de la longitud de los lados.